

IMPLEMENTAZIONE BEM DELLE SURFACE IMPEDANCE BOUNDARY CONDITIONS BASATA SULLE NURBS

Luca Di Rienzo¹, Rafael Vazquez², Annalisa Buffa²

⁽¹⁾ Dipartimento di Elettrotecnica, Politecnico di Milano
Piazza L. da Vinci, 32 - 20133, Milano, Italy

⁽²⁾ Istituto di Matematica Applicata e Tecnologie Informatiche
CNR, via Ferrata 1 - 27100, Pavia, Italy

Le *Surface Impedance Boundary Conditions* (SIBC) standard per superfici piane (approssimazione di Leontovich) [1] possono essere applicate se il più piccolo raggio di curvatura della superficie è molto maggiore dello spessore di penetrazione. Un approccio rigoroso per migliorare l'approssimazione di Leontovich è stato proposto da Rytov [2], che ha rappresentato le SIBC nella forma di una serie di potenze nel piccolo parametro proporzionale allo spessore di penetrazione. Introducendo ordini superiori, possono essere tenute in conto superfici curve così come la variazione dei campi nella direzione tangenziale alla superficie, aumentando l'accuratezza ed espandendo il *range* di applicabilità delle SIBC. Inoltre il metodo permette di calcolare i campi e le grandezze da essi dipendenti all'interno dello spessore di penetrazione. L'estensione dell'approccio di Rytov ad un sistema di coordinate ortogonali sulla superficie del conduttore viene descritto in [3] e nelle pubblicazioni lì citate.

In [4] le SIBC di ordine elevato sono state accoppiate al BEM per dare luogo a una formulazione integrale per il calcolo della matrice di impedenza di linee di trasmissione di sezioni arbitrarie. Il metodo estende l'uso delle SIBC di ordine elevato verso le basse frequenze e le corrispondenti equazioni integrali devono essere calcolate solo una volta mentre la soluzione può essere ottenuta sull'intero *range* di frequenza.

Un elemento fondamentale per l'implementazione delle SIBC di ordine elevato è la corretta stima del raggio di curvatura in ogni elemento della mesh BEM che discretizza il contorno dei conduttori. Questa informazione è difficile da ottenere usando il BEM tradizionale e ciò comporta delle difficoltà al momento di analizzare, ad esempio, casi di cavi a sezione ovale, cavi a settori, rotaie e cavi sottomarini.

Recentemente è stato introdotto il metodo dell'analisi isogeometrica nel contesto dell'ingegneria meccanica [5] con lo scopo di migliorare la comunicazione tra i software CAD e i solutori numerici. Il metodo può essere compreso come una generalizzazione degli elementi finiti, dove le *shape functions* polinomiali sono sostituite dalle funzioni usate dal CAD per descrivere la geometria.

Le funzioni più utilizzate nei sistemi CAD sono le NURBS (*Non-Uniform Rational B-Splines*), data la loro flessibilità e capacità di rappresentare geometrie complesse. Il metodo proposto nella nostra attività di ricerca si basa sulle NURBS per rappresentare il contorno della sezione dei conduttori. L'uso delle NURBS non solo permette una buona rappresentazione della geometria dei conduttori, ma ottiene una stima accurata del raggio di curvatura e delle derivate tangenziali, come richiesto dalle condizioni SIBC di ordine elevato.

Come validazione preliminare, il metodo è stato applicato al calcolo dei parametri per unità di lunghezza in un sistema di due conduttori di rame a sezione ellittica. La distanza tra i centri dei due conduttori è di 10 mm e i loro assi maggiore e minore misurano rispettivamente 10 mm e 5 mm. La geometria viene descritta esattamente da due NURBS quadratiche per

conduttore. Per la discretizzazione sono state usate splines di ordine 3 su una partizione di 20 elementi su ogni curva. Per la validazione del metodo, la resistenza e l'induttanza per unità di lunghezza sono confrontate con i risultati di un software commerciale FEM (Fig. 1). Come si può notare nel caso della resistenza i risultati BEM e FEM non concordano a frequenze elevate e ciò viene attribuito alla non sufficiente discretizzazione FEM.

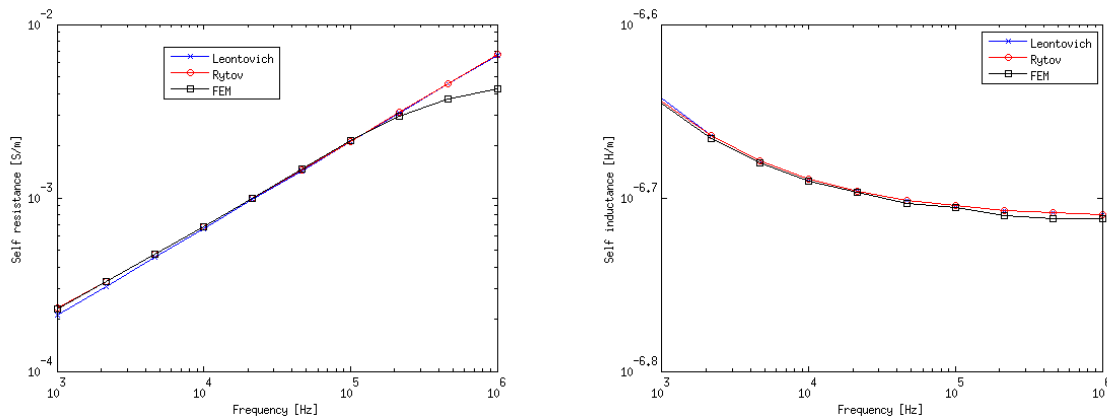


Figure 1: Parametri per unità di lunghezza calcolati con metodo FEM e BEM.

Riferimenti bibliografici

- [1] T. B. A. Senior and J. L. Volakis, *Approximate boundary conditions in electromagnetics*, IEE Electromagnetic Waves Series, London: IEE, 1995.
- [2] S. M. Rytov, "Calcul du skin-effet par la méthode des perturbations," *Journal of Physics*, 2 (3), 1940, 233-242.
- [3] S. Yuferev and L. Di Rienzo, "Surface impedance boundary conditions in terms of various formalisms," *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 46, No. 9, Sept. 2010, pp. 3617-3628.
- [4] L. Di Rienzo, S. Yuferev, and N. Ida, "Computation of the impedance matrix of multiconductor transmission lines using high order surface impedance boundary conditions," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Vol. 50, No. 4, Nov. 2008, pp. 974-984.
- [5] J. A. Cottrell, T. J. R. Hughes, Y. Bazilevs, *Isogeometric Analysis: toward integration of CAD and FEA*, John Wiley & Sons, 2009.
- [6] L. Piegl, W. Tiller, *The NURBS book*, Springer-Verlag, New York, 1997.
- [5] R. Vazquez, A. Buffa, L. Di Rienzo, "NURBS based BEM implementation of surface impedance boundary conditions," inviato a *ISEM 2011 - 15th International Symposium on Applied Electromagnetics and Mechanics*, 7-9 Settembre 2011, Napoli, Italy.